Symmetrie in der Sekundarstufe I

Ähnlichkeit Strahlensätze

Boris Girnat, Meeri-Liisa Beste und Bianca Wolff

Ähnlichkeit Strahlensätze

Försterdreieck

- Verwendung der Ähnlichkeit zur Lösung praktischer Probleme in der Realität seit mehreren hundert Jahren bei dem Försterdreieck oder der Försterformel.
- Wie hoch ist ein Baum?
  - Nicht so leicht direkt zu messen
  - Indirektes Verfahren indem man die Spitze anpeilt.

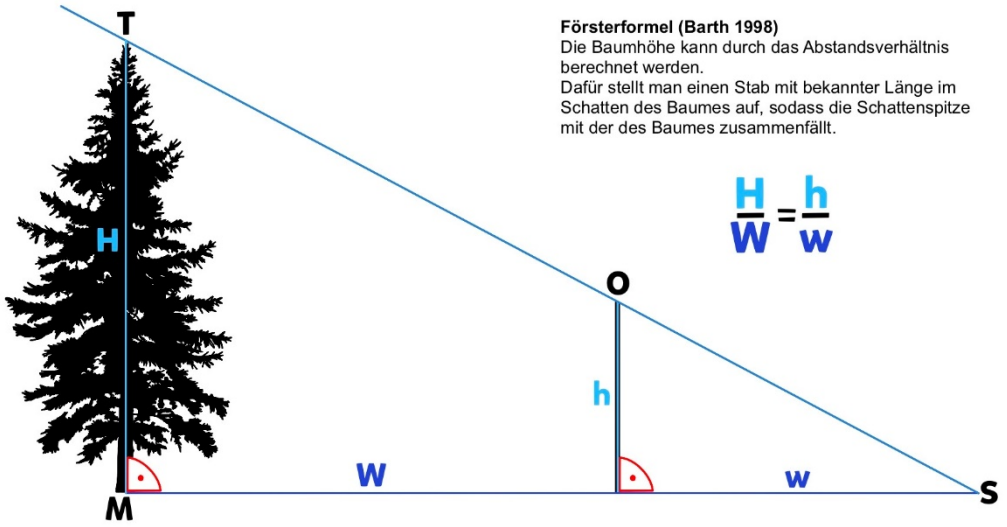


Abbildung: Krey CC0

Ähnlichkeit Strahlensätze

Försterdreieck

- Annahme man hat einen ebenen Boden
- Anpeilen eines Punktes
- Aufstellen eines Stabs mit bekannter Länge
- Von hieraus auf die Spitze sehen
- Über Ähnlichkeit kann die Höhe des Baumes berechnet werden

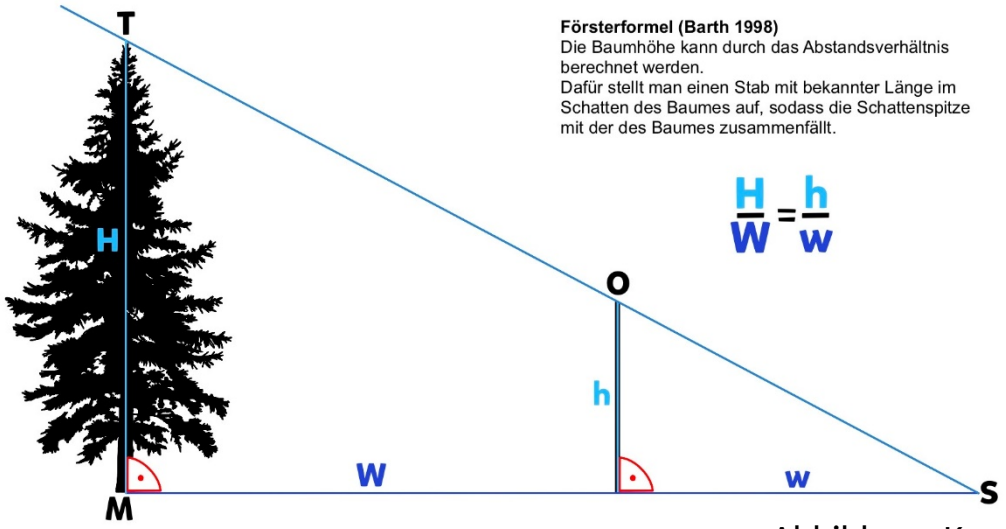


Abbildung: Krey CC0

Ähnlichkeit Strahlensätze

Försterdreieck

- den Abstand vom Standpunkt S bis zum Stab messen
- sowie den Abstand vom Standpunkt S bis zum Baum.
- zwei Dreiecke, welche ähnlich zueinander sind
- Das heißt, dass das Verhältnis von W zu H, das selbe Verhältnis ist wie w zu h. Die Werte w und h, W kennt man bereits und mittels Umformung kann man nun H, also die Höhe des Baumes berechnen kann.

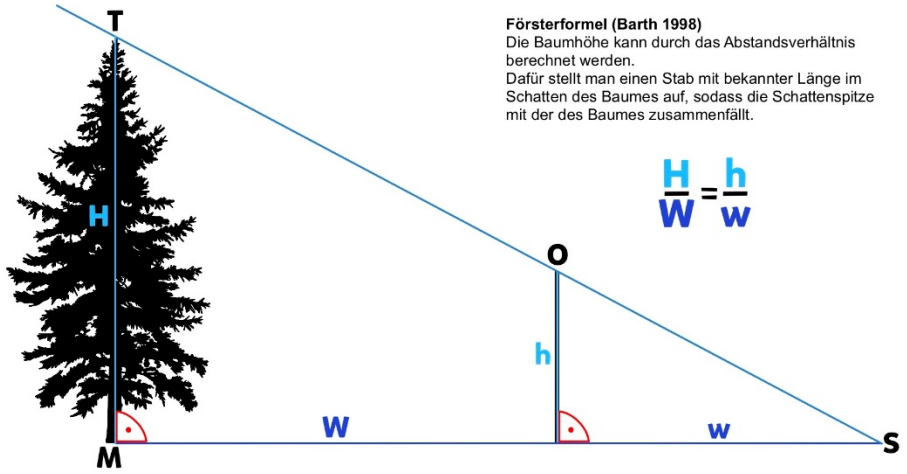
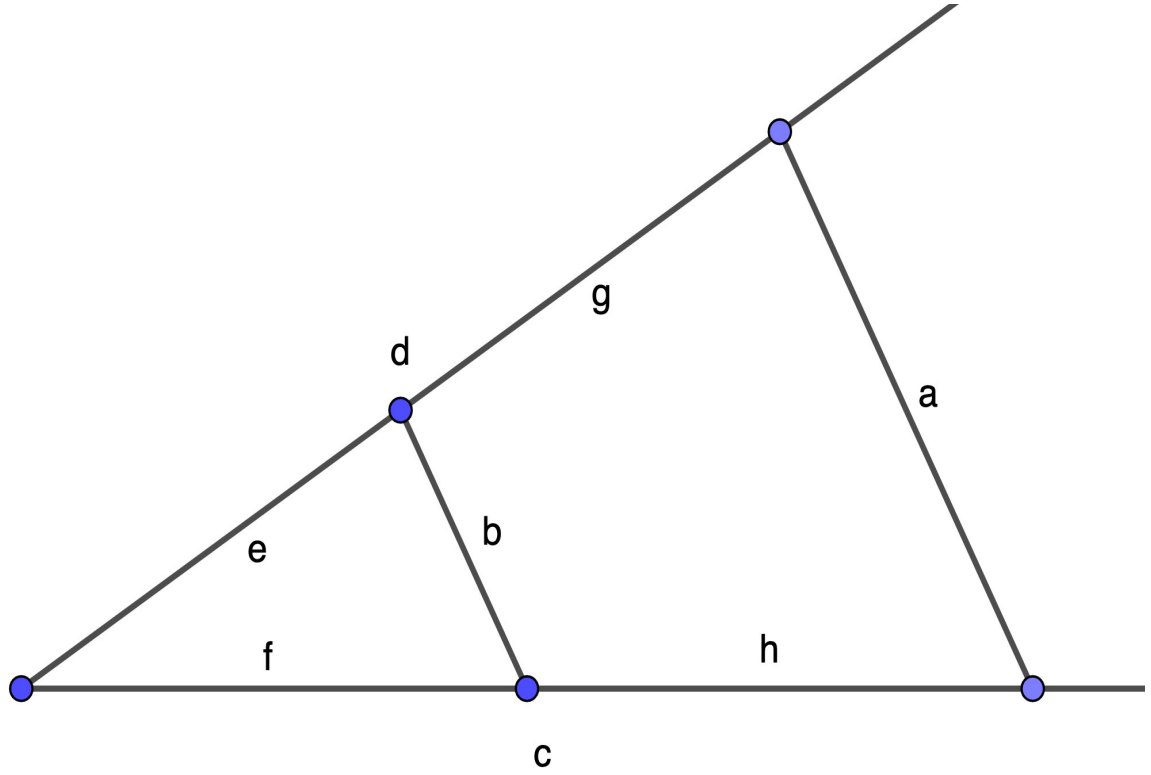


Abbildung: Krey CC0

Ähnlichkeit Strahlensätze

Mathematischer Hintergrund

Man hat hier zwei ähnliche Dreiecke, ein größeres und ein kleines. Welche Seitenverhältnis sind hier gleich?

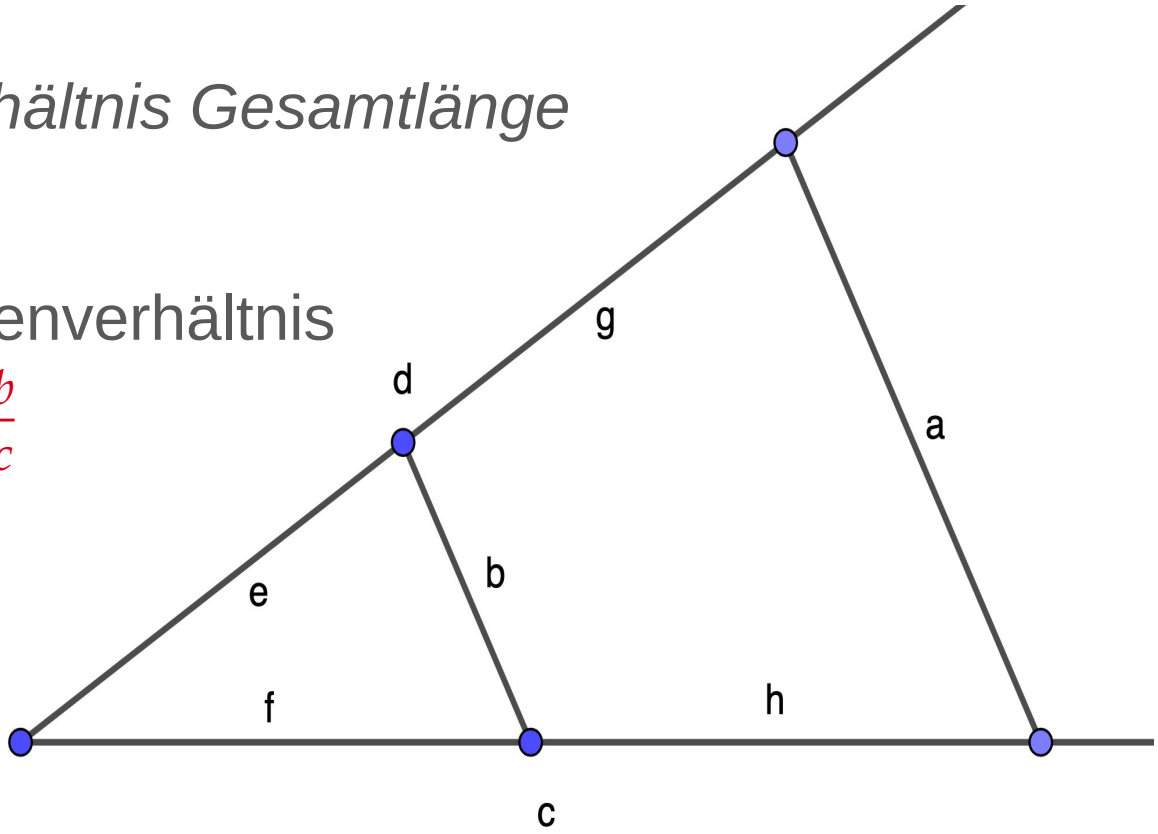


Ähnlichkeit Strahlensätze

Mathematischer Hintergrund

- Erster Strahlensatz: die Strecken auf einer Halbgeraden verhalten sich wie entsprechenden Strecken auf der anderen

- *Seitenverhältnis Gesamtlänge*
  - $\frac{f}{c} = \frac{e}{d}$
- Teilstreckenverhältnis
  - $\frac{e}{f} = \frac{a}{h} = \frac{b}{c}$

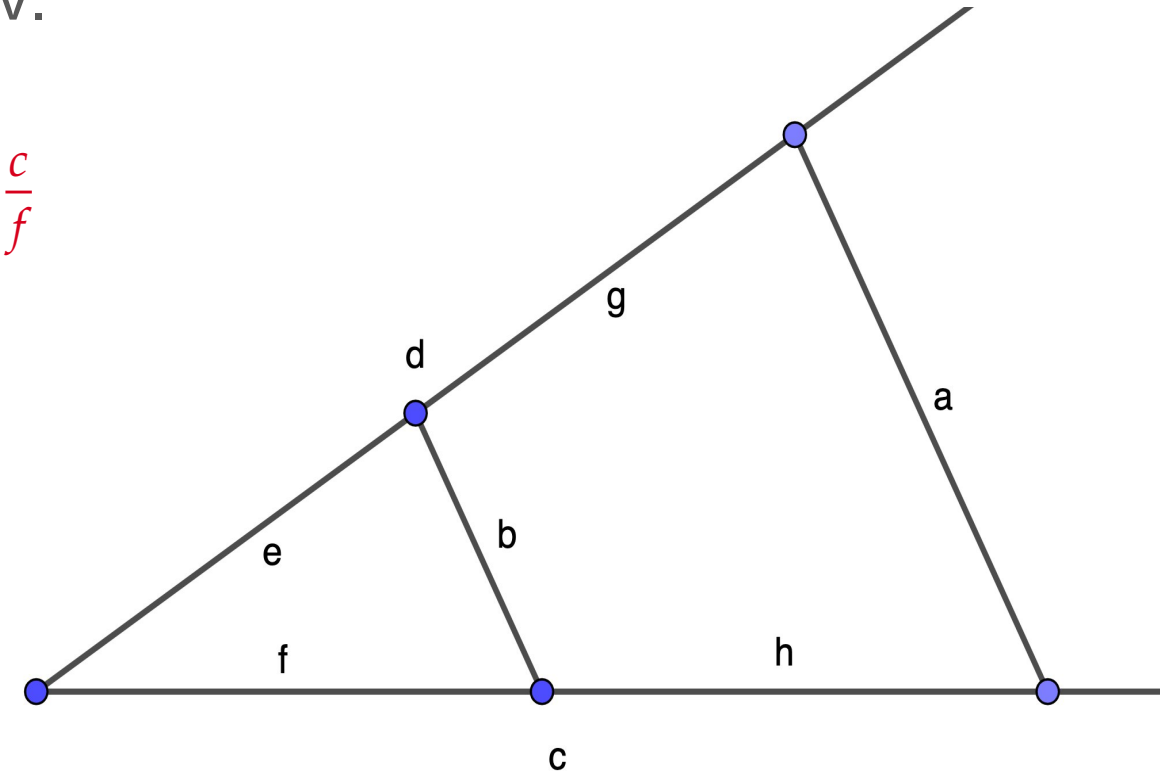


Ähnlichkeit Strahlensätze

Mathematischer Hintergrund

- Zweiter Strahlensatz: parallele Querstrecken verhalten sich wie die zugehörigen Abschnitte auf den Halbgerade verhalten. a zu u gleich c zu d und b zu v.

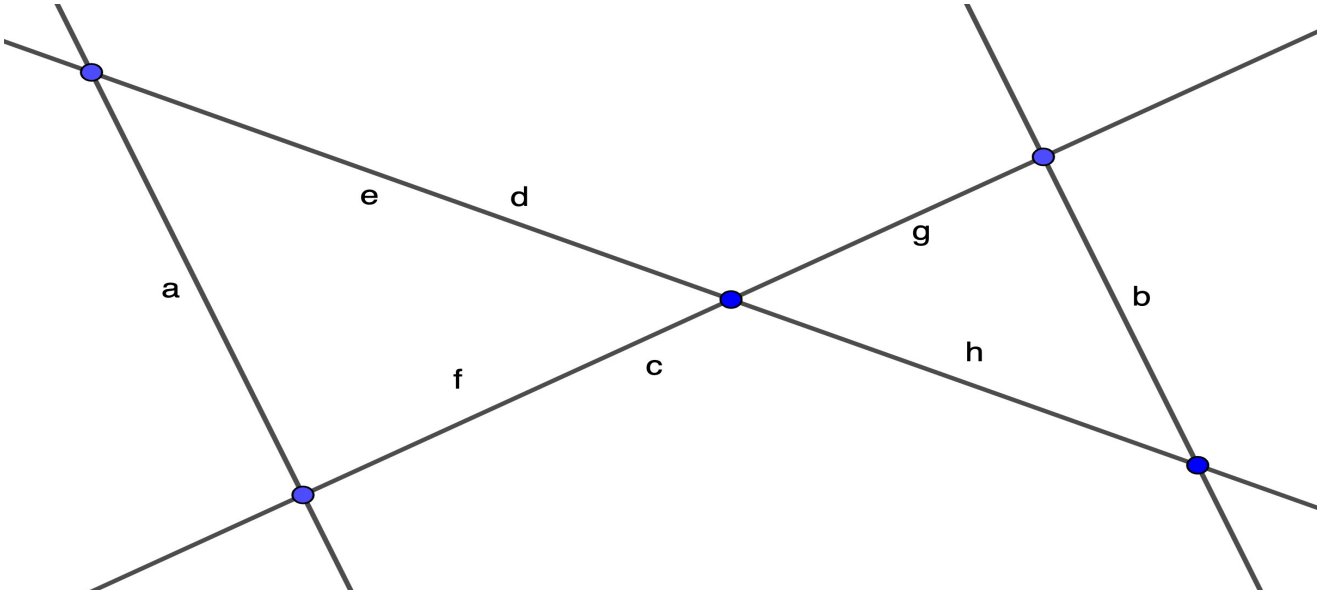
$$\frac{d}{e} = \frac{a}{b} = \frac{c}{f}$$



Ähnlichkeit Strahlensätze

Mathematischer Hintergrund

- Diese Strahlensätze gelten auch für eine X-Figur
  - Voraussetzung dabei ist, dass die beiden Gerade c und d parallel zueinander liegen.
  - $\frac{a}{b} = \frac{c}{g} = \frac{e}{h}$



Ähnlichkeit Strahlensätze

Praktische Anwendung

- Die Höhe von Gebäuden mithilfe einer Lochkamera berechnen
  - ähnlich zum Försterdreieck kann mit der Höhe des Abbilds in der Lochkamera und der Entfernung der Lochkamera zum Gebäude die Höhe dessen berechnet werden

Der Baum ist 17,5 m hoch. Das Bild des Baums in der Lochkamera ist 5 cm groß.
Wie weit ist der Baum von der Linse der Lochkamera entfernt?

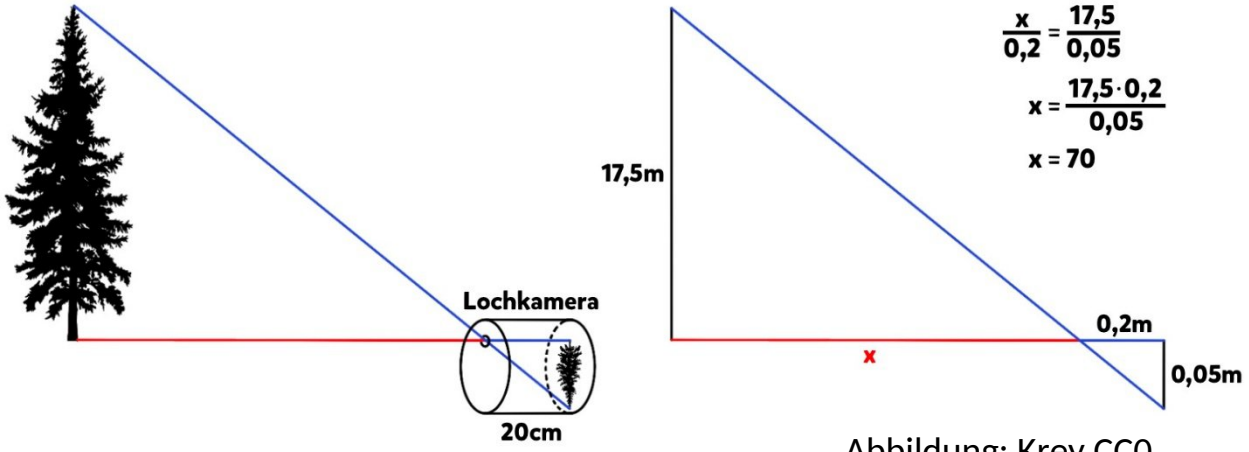


Abbildung: Krey CC0

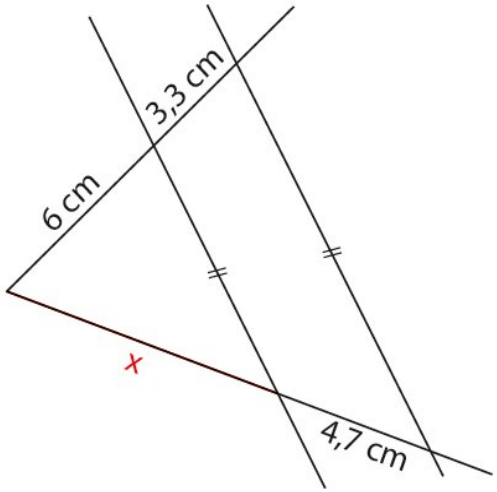
Ähnlichkeit Strahlensätze

Aufgaben

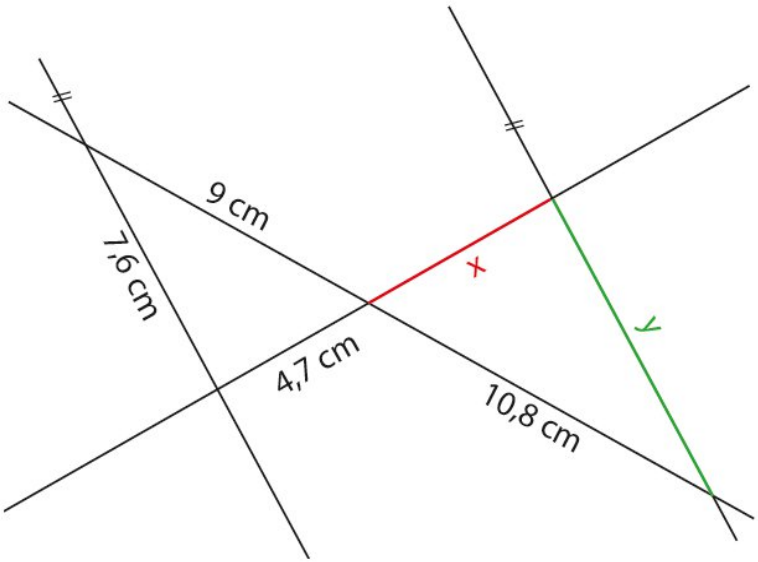
Berechne die gesuchten Längen x bzw. y. Runde auf eine Nachkommastelle

- Mithilfe der Formeln aus dem Strahlensatz fehlende Maße berechnen

a)



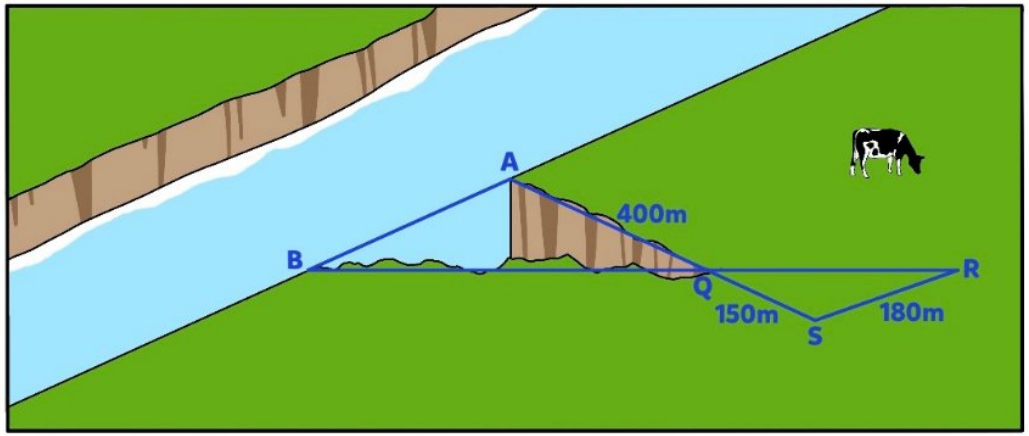
b)



Ähnlichkeit Strahlensätze

Aufgaben

- Mithilfe der Formeln aus dem Strahlensatz fehlende Maße berechnen
- Verwenden de X-Förmigen Strahlensatzfigur
  - Strecken zu messen, welche nicht direkt gemessen werden können wie hier eine Felsspalte
  - historisch zutreffend eine Methode die Leonardo da Vinci



Wie breit ist die Felskluft zwischen A und B?

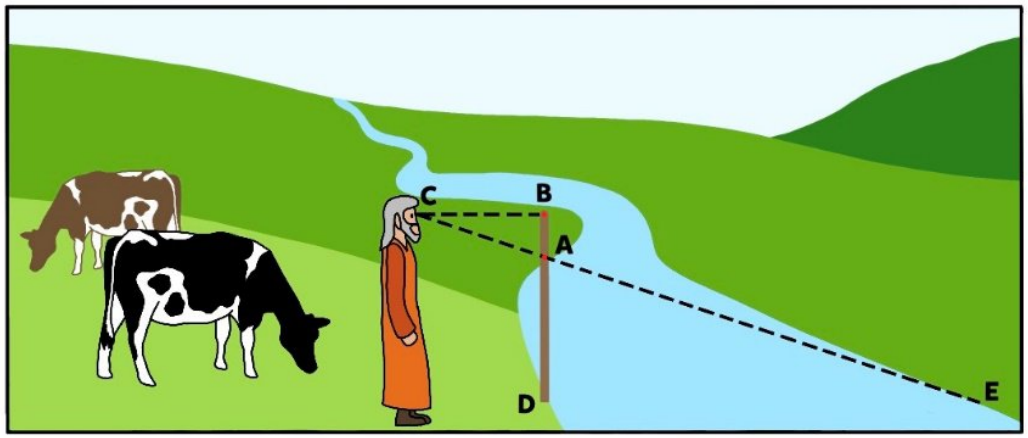
Abbildung: Krey CC0

Ähnlichkeit Strahlensätze

Aufgaben

historisch zutreffend eine Methode die Leonardo da Vinci vorgeschlagen hat um die Breite eines Flusses zu berechnen.

- X-Förmige Strahlensatzfigur mithilfe eines Stabs erzeugt
- Hinstellen, dass der Stab auf Augenhöhe ist und dann auf das gegenüberliegende Flussufer geschaut.
- Dann markiert man auf dem Stab den Punkt, an welchem man das andere Flussufer sieht.
  - B zu C messen, dann die Strecke von A bis D und von A bis B
  - mit diesen Angaben kann die Strecke D von E berechnet werden um zu erfahren wie breit der Fluss ist.



Leonardo da Vinci hat sich eine Methode ausgedacht, wie die Flussbreite berechnet werden kann.
Berechne die Breite des Flusses mit den Werten BC = 1,1 m, AD = 1,7 m und AB = 25 cm.

Abbildung: Krey CC0

Literaturhinweise

- Weigand, H-G., Filler, A., Hölzl, R., Kuntze, S., Ludwig, M., Roth, J., Schmidt-Thieme, B. & Wittmann, G. (2018). *Didaktik der Geometrie für die Sekundarstufe I*, Springer: Heidelberg, (S. 187-214).
- Niedersächsisches Kultusministerium (2020). *Kerncurriculum für die Realschule Schuljahrgänge 5 – 10: Mathematik*. Hannover: Unidruck.