



Lineare Gleichungen

Gleichungen lösen
- Waagenmodell -

Boris Girnat, Meeri-Liisa Beste und Bianca Wolff





Gleichungen lösen

Waagenmodell

- Wie lassen sich diese Regeln zu Äquivalenzumformung veranschaulichen?
- Wie würden Sie diese Regeln allgemein verständlich machen?

$$A = B \leftrightarrow A + C = B + C$$

$$A = B \leftrightarrow A - C = B - C$$

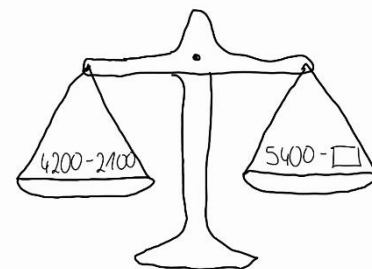
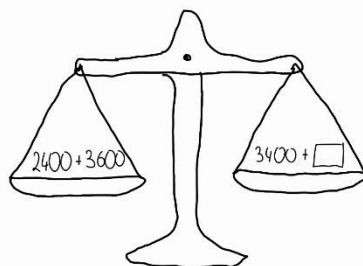
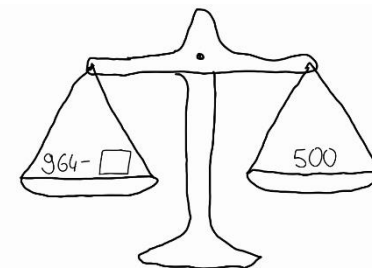
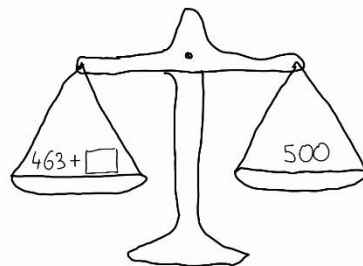
$$A = B \leftrightarrow A \cdot C = B \cdot C \quad (C \neq 0)$$

$$A = B \leftrightarrow A : C = B : C \quad (C \neq 0)$$



Gleichungen lösen

Waagenmodell



Waagen sind bereits aus der Grundschule bekannt als eine Möglichkeit um Gleichungen zu veranschaulichen und zu lösen

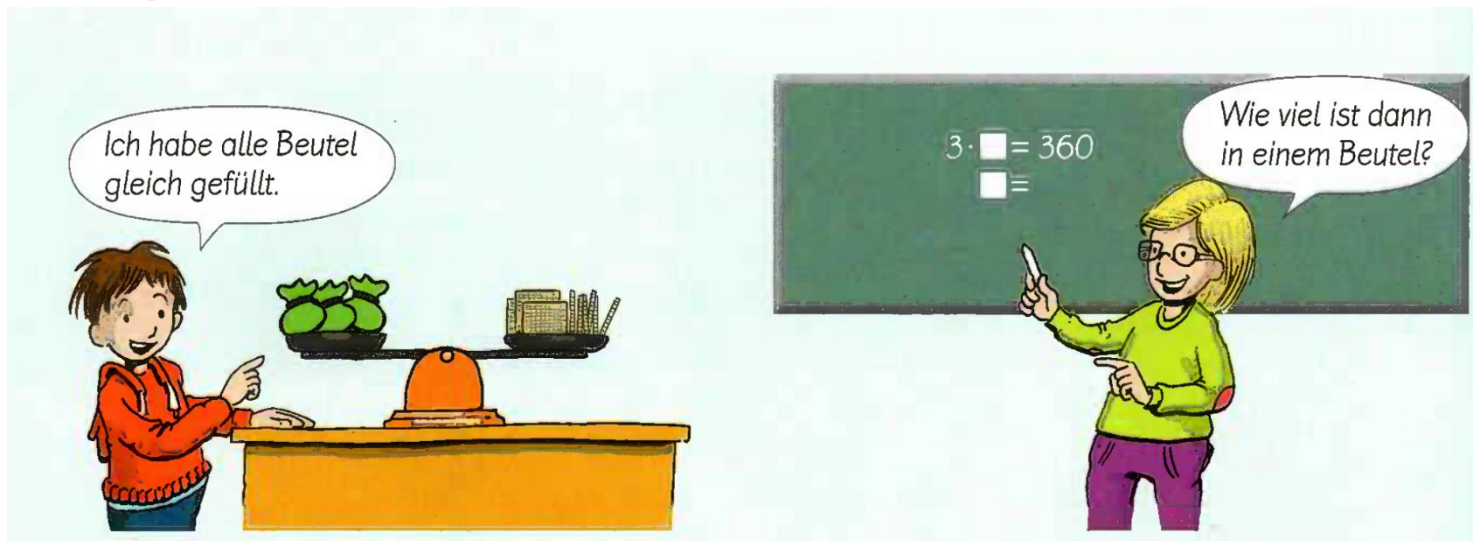
- Bei dieser Aufgabe soll irgendeine Zahl eingesetzt werden, sodass sich 500 ergibt: dies dürfte die 37 sein.
- Hier muss irgendeine Zahl abgezogen werden, damit das gleich 500 ist: dass müssten 464 sein
- Bei c) wird bereits etwas berechnet indem ergänzt werden soll

Dies ist bereits eine Einführung des Waagenmodells zunächst mit einem additiven Zusammenhang



Gleichungen lösen

Waagenmodell

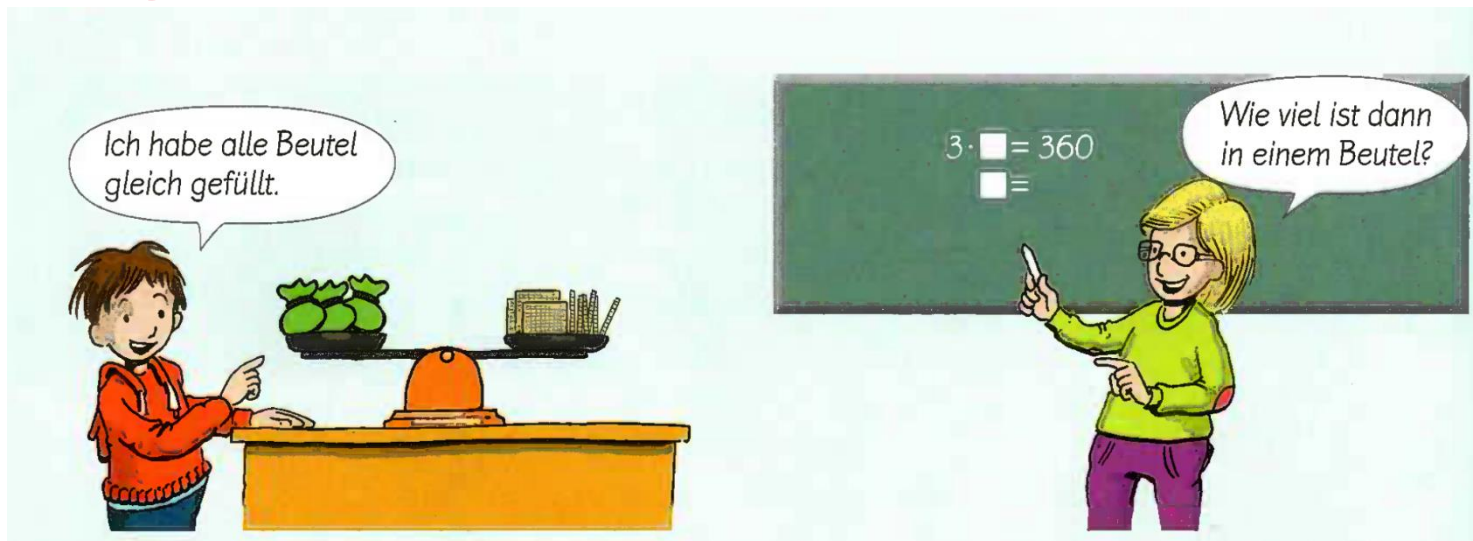


- Multiplikativen Zusammenhang: 3 mal eine Zahl ergibt 360.
 - Darstellung mit dem Hunderterfeld: 3 Hunderterfelder sind 300 und noch 6 Zehner dazu
 - die Information: „Ich habe alle Beutel gleich gefüllt“ ist das Argument, warum man das aufteilen muss und kann
 - Hier hat man 360 und teilt diese auf 3 Beutel auf, dh. in jedem Beutel müssen dann 120 sein



Gleichungen lösen

Waagenmodell



Häufig wird in der Sek I die Vorstellung, dass in jedem Platzhalte dieselbe Zahl steht nicht ausreichend behandelt

- in jedem Beutel ist dasselbe drin
- in jeder Streichholzschachtel gleich viele Hölzer
- symbolisch für jedes x in der Gleichung muss der selbe Wert benutzt werden



Gleichungen lösen

Waagenmodell

Aus der Grundschule bekannt:

- Das Gleichgewicht der Waage drückt die Gleichwertigkeit der beiden Terme aus.
- Man „findet“ die „passende“ Zahl für den Platzhalter (d. h. man löst die Gleichung) durch Einsetzen und Ausprobieren.

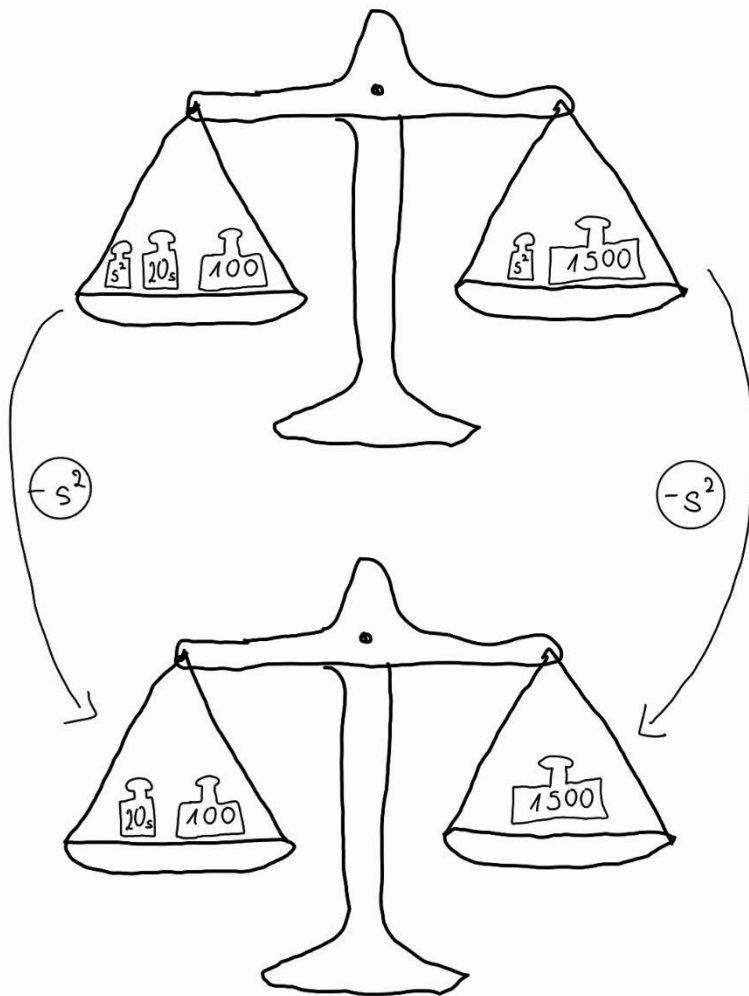
Neu in der Sekundarstufe:

- Das Waagemodell dient jetzt auch zur Veranschaulichung (= ikonische Begründung) der Äquivalenzumformungen.



Gleichungen lösen

Waagenmodell



Zusammenfassung:

- die Waage ist im Gleichgewicht, also man muss auf beiden Seiten dasselbe machen, damit die Waage im Gleichgewicht bleibt
- Nur dann sind die Äquivalenzumformungen zulässig, wenn auf beiden Seiten mit dem selben addiert, subtrahiert, multipliziert oder dividiert wird



Gleichungen lösen

Waagenmodell Übungsaufgabe

Ergänze zu äquivalenten Gleichungen.

a) $\square \curvearrowright 2x = 6 \curvearrowleft \square$
 $2x + 2 = \square$

b) $\square \curvearrowright 4x = -12 \curvearrowleft \square$
 $\square + 4x = -1$

c) $\square \curvearrowright 3 + x = 8 \curvearrowleft \square$
 $10 + x = \square$

d) $\square \curvearrowright 4x + 1 = 7 \curvearrowleft \square$
 $4x - \square = 0$

- Kleinschrittige Angabe der beidseitigen Äquivalenzumformung
- Sowohl getätigte Umformung als auch Ergebnis sollen angegeben werden
- Explizite Thematisierung der beidseitigen Umformung durch Pfeile



Literatur

- Steinweg, Anna Susanne (2013): Algebra in der Grundschule. Heidelberg: Springer Spektrum. S. 73-120
- Barzel, B. 1., Glade, M. 1., Klinger, M. 1., & GmbH, S. (2021). Algebra und Funktionen. Springer Spektrum. S. 127-131
- Weigand, H. 1., Schüler-Meyer, A. 1., & Pinkernell, G. 1. (2022). Didaktik der Algebra (4., vollständig überarbeitete Auflage.). Springer Spektrum. S. 247-252

Abbildungen: CC0 gezeichnet von Bianca Wolff